Математическое моделирование когнитивных процессов при игре в шахматы

Афанасьева А.Е., Афонин С.А.

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Москва, 2016

Содержание

Психология принятия решений

Игра в шахматы является традиционным предметом изучения психологии принятия решений. Первые работы опубликованы в 1894 году.

Большой вклад внёсли работы А. де Гроота (1946), Саймона (1982) и другие. Проводились исследования по двум основным направлениям:

- Восприятие (запоминание позиции)
- Принятие решения при выборе хода

Восприятие

Эксперимент

- На время $t_1 = 5$с предъявлялась позиция. Через время $t_2 = 30$с предлагалось её восстановить. Анализровался порядок и число правильно восстановленных фигур.

Результаты

1. На реальных позициях есть различие между экспертами и новичками.
2. Для случайных позиций различия нет.
3. Фигуры рассматриваются логически связанными группами.
4. Некоторые позиции восстанавливаются по ассоциации с другими партиями.

Принятие решения

Эксперимент

- Экспертам предъявлялась позиция из реальной партии. Предлагалось выбрать наилучший ход. Производить рассуждения требовалось вслух.

Результаты

1. Рассматривается небольшое число ходов-кандидатов.
2. Небольшая глубина анализа (до 5 ходов) вне зависимости от мастерства.
3. Дерево анализа содержит $20 - 80$ узлов.
4. Частые возвращения назад: анализ хода или эпизода часто повторяется.

Теория прогрессивного углубления

По результатам проведенных исследований де Гроотом были выделены основные фазы мышления шахматиста[1]

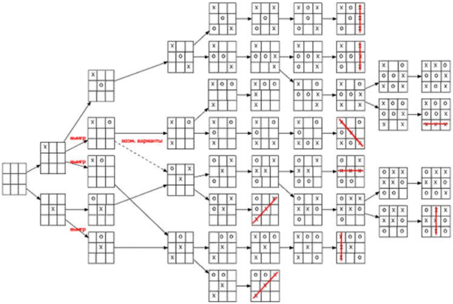
- ориентировка (выделение группы ключевых фигур);
- разведка (пробы нескольких ходов);
- обработка (систематический глубокий просчёт вариантов);
- доказательство (проверка надёжности результата).

[1] de Groot A.D., 1946, 2008. Thought and Choice in Chess, Amsterdam University Press // Amsterdam Academic Archive.

Содержание

Полный перебор

В 1913 году в работе Цермело[2] было доказано существование оптимальной стратегии игры с полной информацией. Подход состоит в построении полного дерева игры.



[2] E. Zermelo, Obereine Anwendung der Mengenlehre attfdie Theorie des Schachspiels (Cambridge, 1913)

Особенности переборного подхода

- После m ходов дерево игры содержит порядка d^m листов, где d – среднее количество возможных ходов в позиции.
- Для крестиков-ноликов $d \approx 5$, для шахмат $d \approx 60$, для го $d \approx 400$.
- Построение требует большой вычислительной мощности.
- Включает в себя множество очевидно бессмысленных ходов.
- Проводится сокращение дерева с помощью различных эвристических методов (minimax, alpha-beta и другие).
- У современных программ, с учетом отсечений, осуществляется перебор 100.000 позиций в секунду. («Rybka»)

Нейронные сети

Игровые задачи часто используются как способ тестирования и проверки эффективности применения алгоритмов автоматического обучения[3].

- Лучший ход рассматривается как функция от текущего расположения фигур на доске.
- Требует больших объемов обучающих данных.
- Возможно самообучение.
- Достигнуты выдающиеся результаты: 13-ти слойная нейронная сеть одержала победу 4:1 над одним из сильнейших игроков мира в го Ли Седолем.
- Объяснить выбор конкретного хода нельзя.

[3] Silver D. et al. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search //Nature. – 2016. – Т. 529. – №. 7587. – С. 484-489.

Сравнение

- Позиции анализируются независимо
- Большой объем обрабатываемых данных
- Сложно объяснить принципы выбора хода

- Блочное восприятие
- Ограниченный перебор
- Прогрессивное углубление
- Долгосрочное планирование

И всё-таки зачем?

- Шахматы, как игра с полной информацией, сводится к решению задачи комбинаторной оптимизации.
- Человек способен эффективно решать эту задачу не прибегая к полному перебору возможных вариантов.
- Существующие игровые программы основываются на абсолютно иных методах решения.
- Понимание принципов, которыми руководствется человек, может способствовать созданию эвристических алгоритмов решения других когнитивных задач.
- Процесс мышления человека в настоящее время смоделировать не удалось.

Что можно делать?

Глобальная цель работы связана с попыткой решения следующих задач.

- Формальное описание модели, согласующейся с результатами психологических исследований мышления шахматистов.
- Реализация алгоритма.
- Проверка адекватности модели, например, путем сравнения траекторий движения глаз шахматистов и соответствующих элементов модели (цепочек, о которых будет рассказано далее).

Содержание

Подход М.М.Ботвинника

Ботвинник предлагал анализировать расположение фигур на статической доске. Для этого необходимо:

- определить локальные цели для данной позиции;
- наметить план достижения цели;
- проверить осуществимость плана;
- предусмотреть действия противника;
- объединить все планы в единое представление позиции;
- определить оптимальную последовательность действий.

Данный подход рассматривался как средство решения широкого класса комбинаторно-оптимизационных задач.

Основные понятия

Траектория последовательность полей движения фигуры на пустой доске

Горизонт максимальная длина рассматриваемых траекторий

Цель фигуры противника или поля

Подцепочка действия, направленные на достижение цели

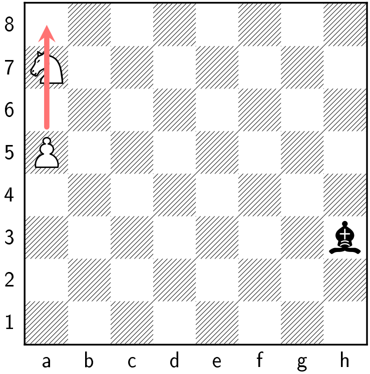
Цепочка совокупность действий, направленных на достижение цели

Вилочность совпадение частей цепочек

Оценка фигуры числовая характеристика «полезности» фигуры

Время успевания допустимое число ходов для защиты от атаки противника

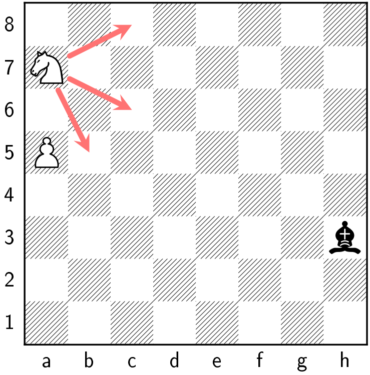
Цепочка — ключевое понятие метода



Цель - достижение пешкой поля a8

Траектория - a5-a6-a7-a8

Цепочка — ключевое понятие метода

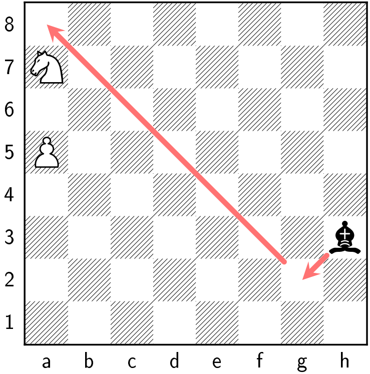


Цель - достижение пешкой поля a8

Траектория - a5-a6-a7-a8

Подцепочка-1 - освобождение траектории a7-b5, a7-c6, a7-c8

Цепочка — ключевое понятие метода



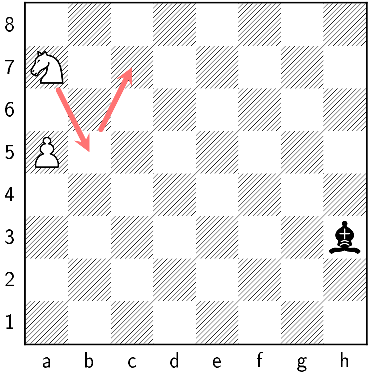
Цель - достижение пешкой поля a8

Траектория - a5-a6-a7-a8

Подцепочка-1 - освобождение траектории a7-b5, a7-c6, a7-c8

Подцепочка-1 - защита противника h3-g2-(a8), h3-f1-(a6), h3-c8-(a6)

Цепочка — ключевое понятие метода



Цель - достижение пешкой поля a8

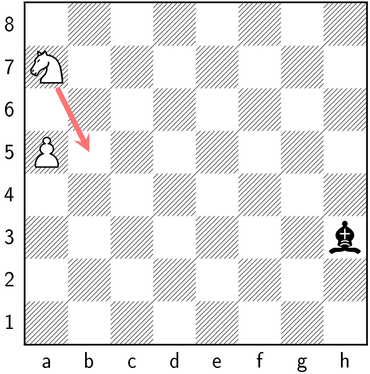
Траектория - a5-a6-a7-a8

Подцепочка-1 - освобождение траектории a7-b5, a7-c6, a7-c8

Подцепочка-1 - защита противника h3-g2-(a8), h3-f1-(a6), h3-c8-(a6)

Подцепочка-2 - поддержка a7-b5-c7-(a8, a6), a7-c8-b6-(a8) (защита от подцепочки-1)

Цепочка — ключевое понятие метода



Цель - достижение пешкой поля a8

Траектория - a5-a6-a7-a8

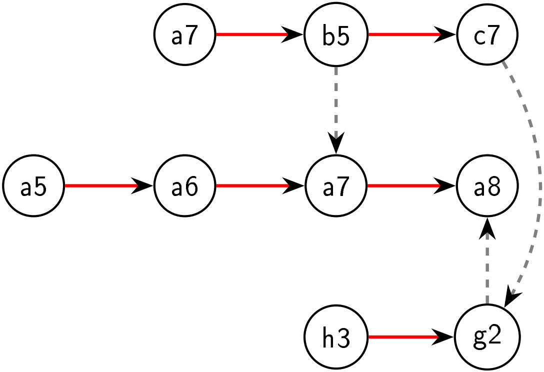
Подцепочка-1 - освобождение траектории a7-b5, a7-c6, a7-c8

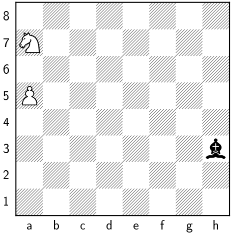
Подцепочка-1 - защита противника h3-g2-(a8), h3-f1-(a6), h3-c8-(a6)

Подцепочка-2 - поддержка a7-b5-c7-(a8, a6), a7-c8-b6-(a8) (защита от подцепочки-1)

Вилочность - освобождение + поддержка

Пример цепочки: дерево





Пунктиром отмечены поля, к которым «подтянуты» соотвествующие подцепочки.

Задача построения цепочки

Задача построения цепчки состоит в нахождении для заданной начальной подцепочки-0 «оптимального» набора подцепочек, за белых и черных. Подцепочка-0 — это начальный план достижения цели. Цепочка — его реализация.

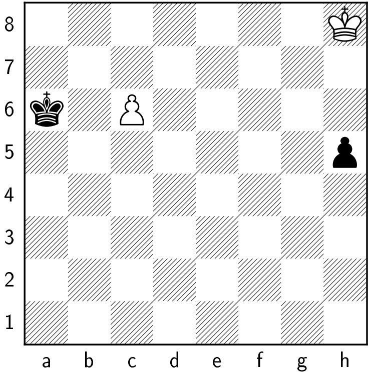
Цепочки строятся независимо друг от друга (де Гроот).

Основные сложности:

- высокая вариативность;
- зависимости между подцепочками (вилочность);
- как следствие — изменчивость доступного времени;
- подвижность цели.

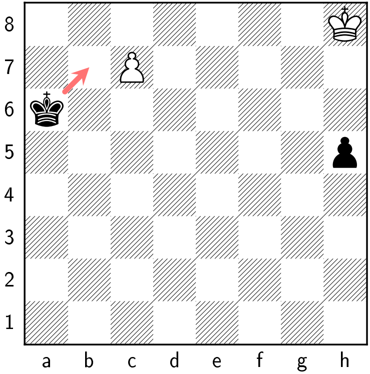
Стоимость цепочки и выбор подцепочек, входящих в её состав, зависит от оценки стоимости фигур.

Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Ход белых. Ничья.

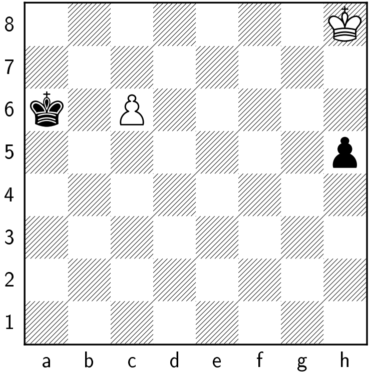
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Провести свою пешку в ферзи не удаётся, так как король черных её легко догоняет.

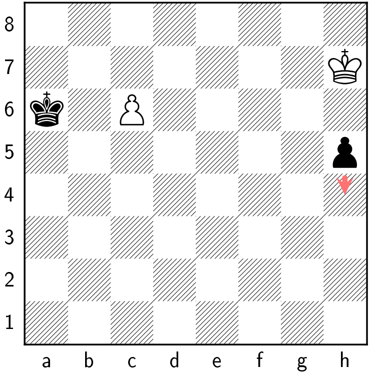
Ход белых. Ничья.

Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Ход белых. Ничья.

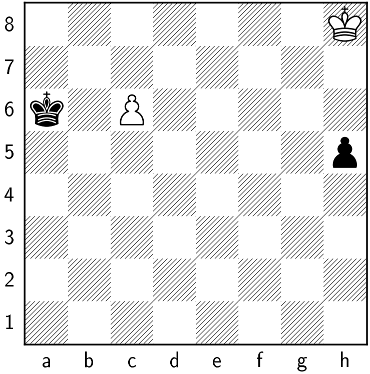
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Догнать чёрную пешку не получается. Она убегает.

Ход белых. Ничья.

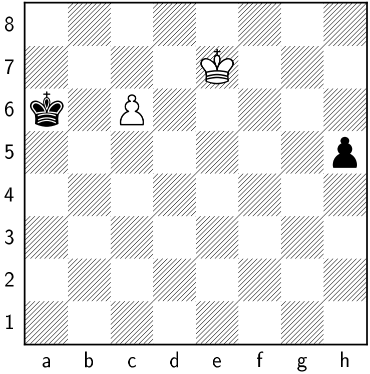
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Что же тогда делать?

Ход белых. Ничья.

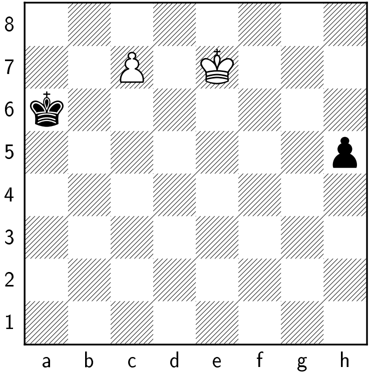
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Если король белых был бы на поле e7, то можно было бы пойти 1. c7 Kb7 2. Kd7 и 3. c8Q

Ход белых. Ничья.

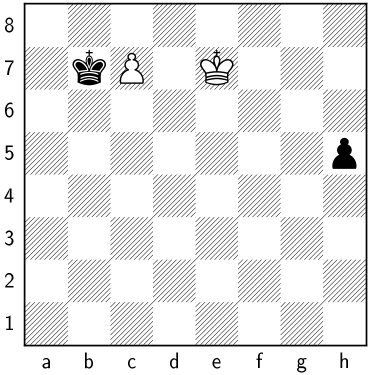
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Если король белых был бы на поле e7, то можно было бы пойти 1. c7 Kb7 2. Kd7 и 3. c8Q

Ход белых. Ничья.

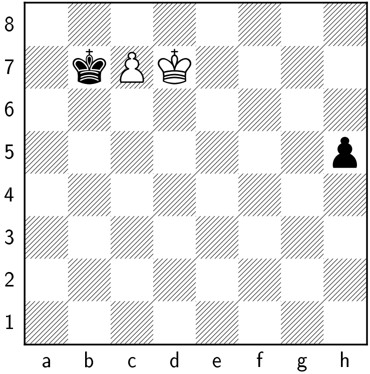
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Ход белых. Ничья.

Если король белых был бы на поле e7, то можно было бы пойти 1. c7 Kb7 2. Kd7 и 3. c8Q

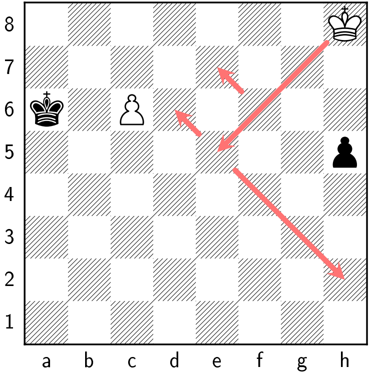
Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Если король белых был бы на поле e7, то можно было бы пойти 1. c7 Kb7 2. Kd7 и 3. c8Q

Ход белых. Ничья.

Этюд Р. Рети (1921): взаимосвязь цепочек



Решение получаем объединением двух идей (двух цепочек).

Первая — Крh8-g7-f6-e7 (подцепочка-1 для c6-c7-c8Ф).

Вторая — Крh8-g7-f6-e5-f4-g3-h2 («защитная» подцепочка-1 для h5-h4-h3-h2-h1Ф)

Наличие общей части позволяет выиграть необходимое время.

Общее описание «алгоритма»

Основываясь на анализе подобных примеров, выделяются следующие этапы итерационного алгоритма:

- построение цепочек (локальная оптимизация внутри цепочки);
- объединение цепочек в единое пердставление позиции (вилочность, выбор наиболее важной цепочки для «перегруженной» фигуры);
- расчет новых оценок стоимости фигур (с учетом набора их цепочек);
- выбор ходов-кандидатов;
- выбор лучшего хода путем построение дерева перебора.

Проблемы реализации

Возможность реализации данного метода сопряжена с целом рядом проблем.

- Динамический горизонт событий: нельзя сразу отбрасывать вариант, так как вилочность может сделать его возможным.
- Динамическая оценка фигур и цепочек: сходимость итерационного алгоритма не очевидна.
- Связь между цепочками: вилка, связка, завлечение, отвлечение, перегрузка фигуры и т.п.
- Траектории с подвижной целью.
- Отсутствие строгой формальной постановки.

Содержание

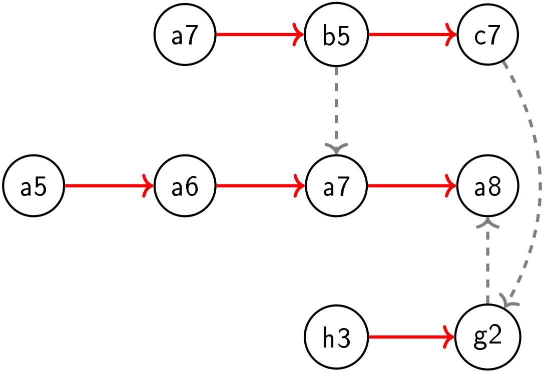
Технические шаги для решения задачи

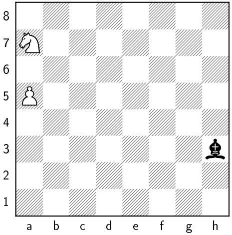
Для решения содержательных задач необходимо реализовать ряд вспомогательных функций:

- определить соответствие хода правилам;
- строить траектории на пустой доске;
- оценивать последовательность взятий и величину размена на поле;
- находить фигуры, способные повлиять на размен, и позиции, которые им необходимо занять;

Все эти функции были реализованы.

Пример цепочки: дерево (повтор)



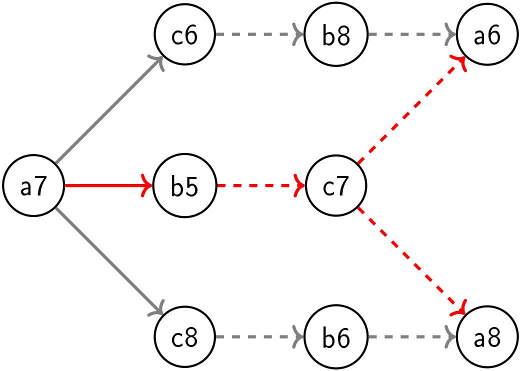


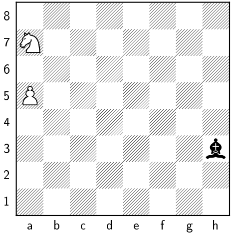
Пунктиром отмечены поля, к которым «подтянуты» соотвествующие подцепочки.

Формальная модель

Множество полей доски $\mathcal{S} := \{a1, b1, \ldots, h8\}$.
Типы полей $\mathcal{ST} := \{stop, internal\}$ — поля остановки или промежуточные.
Множество типов фигур $\mathcal{K} := \{K, Q, R, B, N, P\}$
Цвета соперников $\mathcal{C} := \{black, white\}$
Траектория $\mathcal{T} \in (\mathcal{S} \times \mathcal{ST})^+$ — упорядоченный набор полей.
Доска $\Delta \colon \mathcal{S} \to \mathcal{K} \times \mathcal{C}$ — соответсвтие полю фигуры (типа и цвета).
Цепочка $Chain := \langle color, traj, sa \rangle$, где $color \in \mathcal{C}$ – цвет цепочки, $traj \in \mathcal{T}$ – основная траектория цепочки, $sa \subset \mathbb{N} \times 2^{\texttt{Chains}}$ – множество вспомогательных действий для проходимости поля траектории.
В этом контексте понятие фигуры принимает вид всех цепочек одного цвета с общим началом траекторий.

Пример фигуры





Пунктиром отмечены цепочки, «поддерживающие» размен.

Оценочная функция

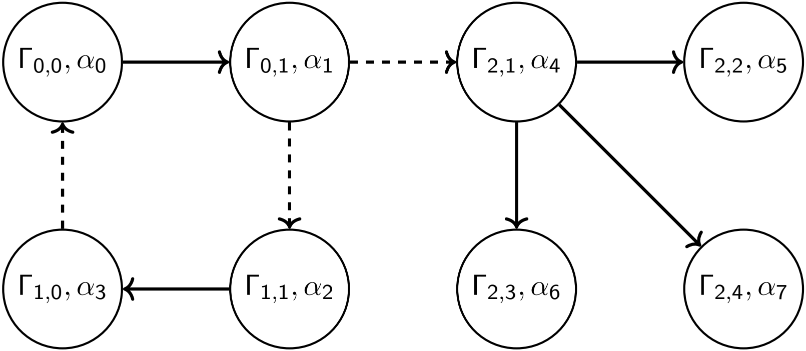
Для вычисления оценочной функции цепочки необходимы:
$ep_{chain}(n) \in 2^{\texttt{Pieces}}$ — множество фигур, участвующих в размене на n-ом поле траектории.
$value(p) \in \mathbb{Z}$ — стоимость фигуры, белые фигуры имеют положительную оценку, черные – отрицательную.
$len_{chain}(traj) \in \mathbb{N}^{+}$ — длина траектории.
Определим оценочную функцию φ: $\texttt{Chains} \to \mathbb{N}$:

$$\varphi(ch) = \sum_{k \in [0,l]} \sum_{p \in ep(k)} value(p) + \sum_{sch \in sa(k,traj)} \varphi(sch)$$

Согласно полученной оценке, построим граф, узлами которого являются оцененные цепочки, имеющие одинаковую изначальную структуру - подцепочку-0.

Граф цепочек

Если две цепочки $(\Gamma_{0,0}, \alpha_0)$ и $(\Gamma_{0,1}, \alpha_1)$ таковы, что $\alpha_0 > \alpha_1$, то проводится ребро черного цвета. Это означает, что черные могут улучшить оценку в свою пользу.



Оптимальная цепочка

Выбор цепочки с нашей стороны определяется максимальным значением оценочной функции, в то время как противник, наоборот, стремится реализовать цепочку, которая её минимизирует.

То есть, противник выбирает цепочку той же структуры нашего цвета, заменяя в ней подцепочки своего цвета, чтобы максимально уменьшить оценку.

В случае цикла, **оптимальным** считается тот узел, в котором при наилучшем выборе противника, мы имеем возможность улучшить оценку.

При линейной структуре **оптимальна** листовая вершина с максимальной оценкой.

Трудности нахождения оптимальной цепочки

Основная трудность заключается в построении графа цепочек, так как при построении необходимо включать в него всевозможные цепочки.
Вместо полного перебора вариантов, хотелось бы иметь структуру, достраивающую подцепи динамически, если возникает такая необходимость.
Так же оценка фигур не является фиксированным числом, а зависит от цепочек, в которых она участвует.
Одна и та же фигура в одной цепочке может выполнять несколько функций, то есть, участвовать в нескольких подцепочках. В зависимости от временных рамок, её поведение так же может различаться.

Содержание

Итоги

Результаты, полученные на данный момент:

- реализованы вспомогательные функции;
- сформулировано понятие оптимальной цепочки;
- намечен алгоритм решения общей задачи итерационным методом.

Спасибо за внимание